

Teoria da Computação

Máquinas de Turing

Cristiano Lehrer, M.Sc.

Máquina de Turing

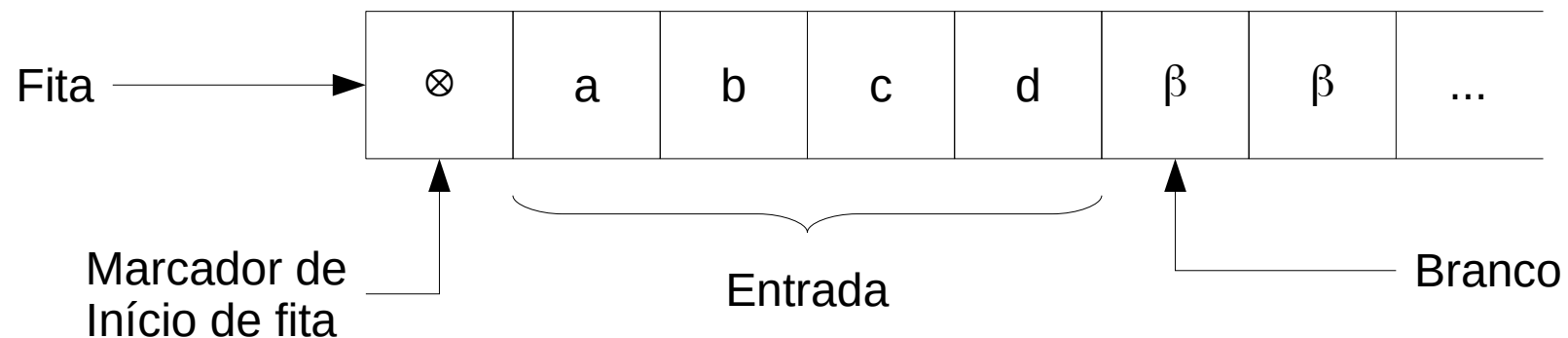
- Proposta por Alan Turing, em 1936.
- Universalmente conhecida e aceita como formalização de algoritmo.
- Trata-se de um mecanismo simples que formaliza a ideia de uma pessoa que realiza cálculos.
- Lembra, em muito, os computadores atuais, embora tenha sido proposta anos antes do primeiro computador digital.
- Apesar de sua simplicidade, o modelo possui no mínimo, o mesmo poder computacional de qualquer computador de propósito geral.

Noção como Máquina

- A máquina de Turing é constituída de três partes:
 - Fita:
 - Usada simultaneamente como dispositivo de entrada, de saída e de memória de trabalho.
 - Unidade de Controle:
 - Reflete o estado corrente da máquina. Possui uma unidade de leitura e gravação (cabeça da fita), a qual acessa uma célula da fita de cada vez e movimenta-se para a esquerda ou para a direita.
 - Programa ou Função de Transição:
 - Função que define o estado da máquina e comanda as leituras, as gravações e o sentido de movimento da cabeça.

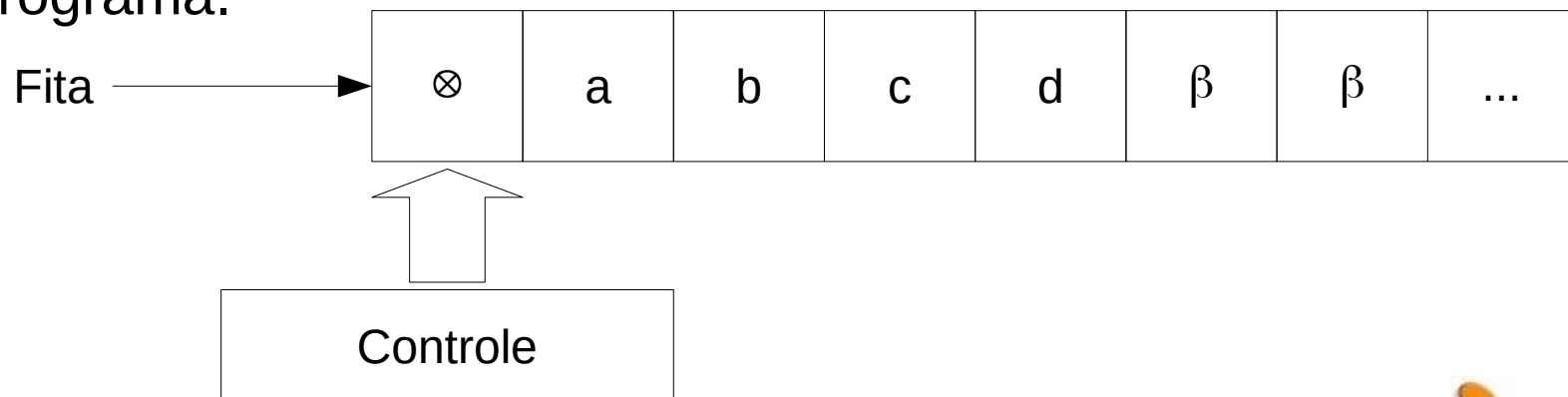
Fita

- A fita é finita à esquerda e infinita (tão grande quanto necessário) à direita, sendo dividida em células, cada uma armazenando um símbolo.
- Os símbolos podem pertencer ao alfabeto de entrada, ao alfabeto auxiliar ou ainda ser **branco** ou **marcador de início de fita**.
- Inicialmente, a palavra a ser processada ocupa as células mais à esquerda após o marcador de início de fita, ficando as demais com branco.



Unidade de Controle

- A unidade de controle possui um número finito e predefinido de estados.
- A unidade de leitura e gravação lê o símbolo de uma célula de cada vez e grava um novo símbolo.
- Após a leitura/gravação (a gravação é realizada na mesma célula de leitura), a cabeça move uma célula para a direita ou para a esquerda.
- O símbolo gravado e o sentido do movimento são definidos pelo programa.



Programa

- O programa é uma função que, dependendo do estado corrente da máquina e do símbolo lido, determina o símbolo a ser gravado, o sentido do movimento da unidade de leitura e gravação e o novo estado.
- Ou seja, a função programa:
 - Considera:
 - Estado corrente.
 - Símbolo lido da fita.
 - Para determinar:
 - Novo estado.
 - Símbolo a ser gravado.
 - Sentido de movimento da unidade de leitura e gravação, onde esquerda e direita são representados por E e D, respectivamente.

Modelo Formal

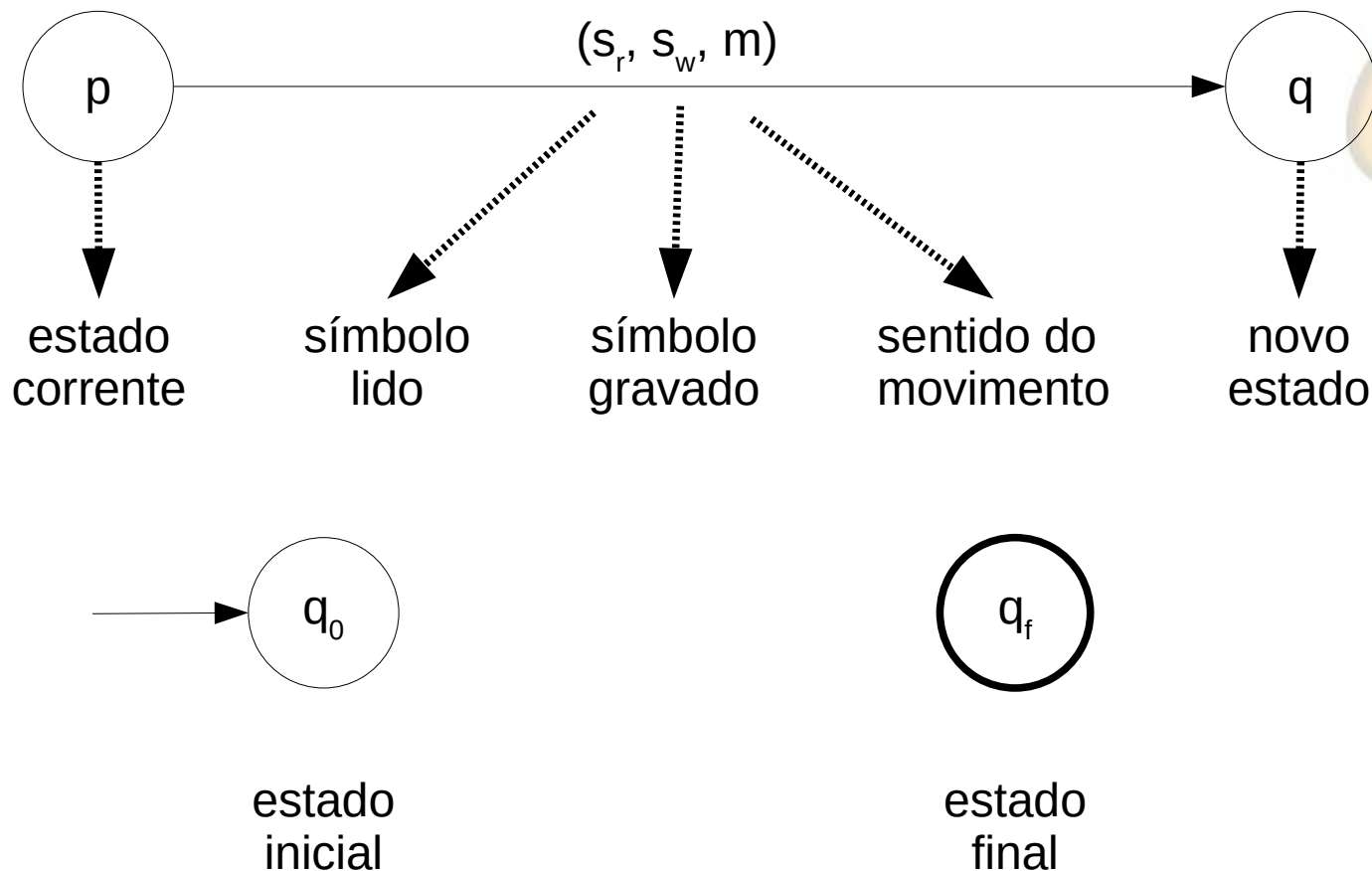
- Uma Máquina de Turing é uma 8-upla:

$$M = (\Sigma, Q, \Pi, q_0, F, V, \beta, \otimes)$$

- Σ – alfabeto de símbolos de entrada.
- Q – conjunto de estados possíveis da máquina, o qual é finito.
- Π – programa ou função de transição.
- Q_0 – estado inicial da máquina, tal que q_0 é elemento de Q .
- F – conjunto de estados finais, tal que F é elemento de Q .
- V – alfabeto auxiliar.
- β – símbolo especial branco.
- \otimes – símbolo especial marcador de início ou símbolo de início da fita.

Função Programa na Forma Gráfica

- A função programa pode ser interpretada como um grafo finito direto.



Função Programa na Forma Tabular

- Adicionalmente, a função programa pode ser representada na forma de tabela.

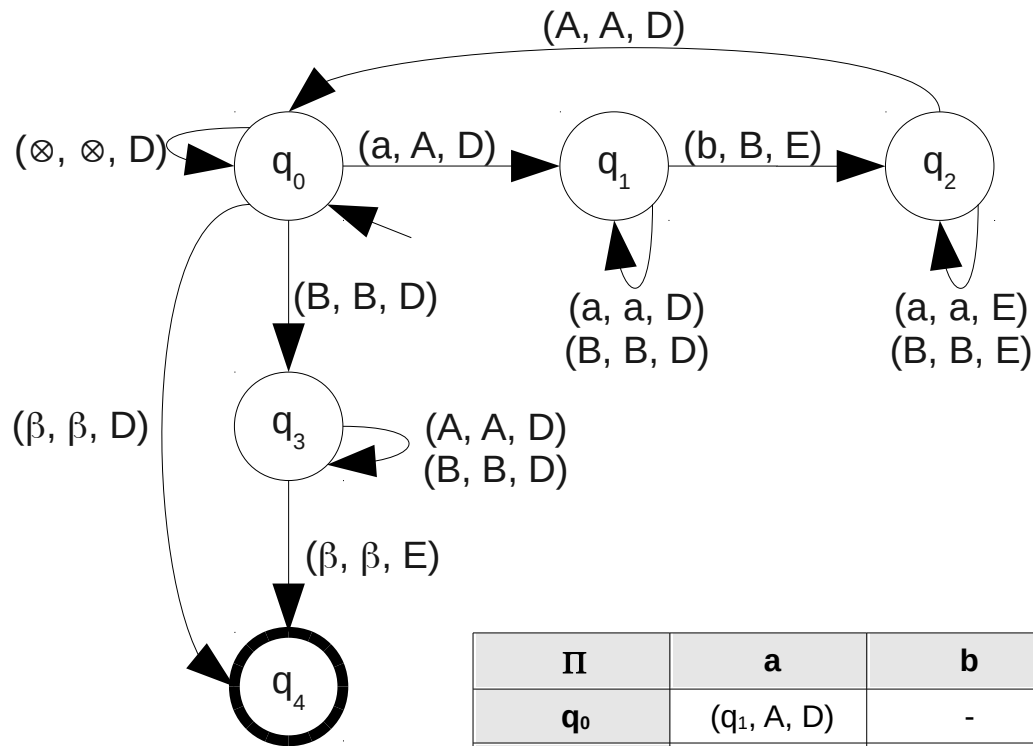
Π	\otimes	...	ar	...	aw	...	β
p			(q, aw, m)				
q							
...							

Condições de Parada

- As condições de parada são as seguintes:
 - Estado Final:
 - A máquina assume um estado final: a máquina finaliza e a palavra de entrada é aceita.
 - Função Indefinida:
 - A função programa é indefinida para o argumento (símbolo lido e estado corrente): a máquina finaliza e a palavra de entrada é rejeitada.
 - Movimento Inválido:
 - O argumento corrente da função programa define um movimento à esquerda e a unidade de leitura e gravação já se encontra na célula mais à esquerda: a máquina finaliza e a palavra de entrada é rejeitada.

Exemplo

Duplo Balanceamento = $(\{a, b\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, x, q_0, \{q_4\}, \{A, B\}, \beta, \otimes)$



Π	a	b	A	B	β	\otimes
q_0	(q_1, A, D)	-	-	(q_3, B, D)	(q_4, β, D)	(q_0, \otimes, D)
q_1	(q_1, a, D)	(q_2, B, E)	-	(q_1, B, D)	-	-
q_2	(q_2, a, E)	-	(q_0, A, D)	(q_2, B, E)	-	-
q_3	-	-	-	(q_3, B, D)	(q_4, β, E)	-
q_4	-	-	-	-	-	-