Linguagens Formais e Autômatos

Autômatos Finitos com Movimentos Vazios (AFε)

Cristiano Lehrer, M.Sc.

Introdução (1/2)

- Movimentos vazios constituem uma generalização dos modelos de máquinas não-determinísticas:
  - Um movimento vazio é uma transição sem leitura de símbolo algum da fita;
  - Pode ser interpretado com um não-determinismo interno ao autômato o qual é encapsulado;
  - Uma das vantagens é o fato de facilitar algumas construções e demonstrações relacionadas com os autômatos.

Introdução (2/2)

- Quando um autômato transita em vazio, isso significa que ele muda de estado sem consultar a cadeia de entrada:
  - Sempre que ocorrer a coexistência entre alguma transição em vazio e outras transições (vazias ou não) com origem em um mesmo estado, isso acarreta na necessidade de uma escolha arbitrária da transição a ser aplicada na respectiva configuração, e isso, por sua vez, caracteriza a manifestação de um não-determinísmo.

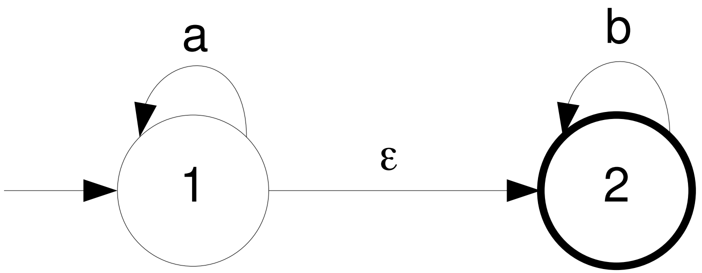
Definição Formal

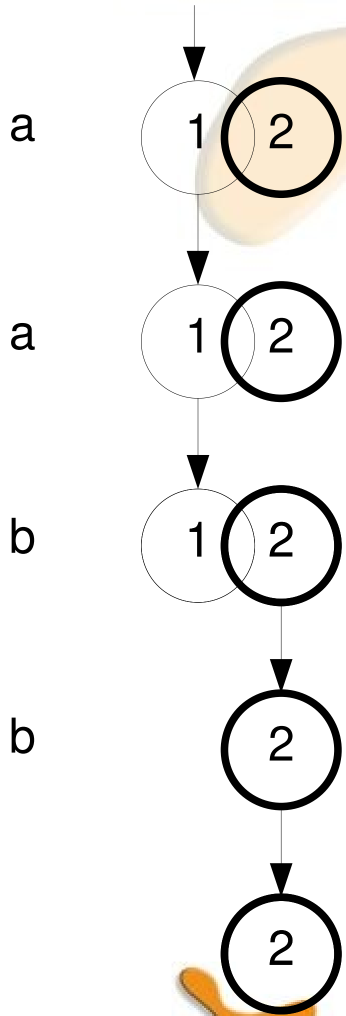
- Um autômato finito com movimentos vazios (AFε) é uma 5-upla (Σ, Q, δ, q_0, F), onde:
  - Σ é um **alfabeto** finito.
  - Q é um conjunto finito de **estados**.
  - δ: $Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$ é a **função de transição**.
  - $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**.
  - $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

Exemplo

- Desenvolver um AFε que aceite palavras na forma a*b*.

M = ({a, b}, {1, 2}, δ, 1, {2})





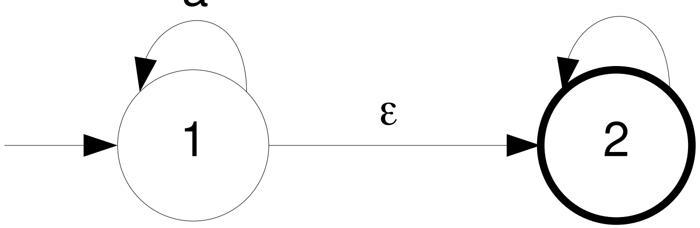
Funcionamento

- O processamento de um AFε é análogo ao de um AFN:
  - Adicionalmente, o processamento de uma transição para uma entrada vazia também é não-determinística;
  - Assim, um AFε ao processar uma entrada vazia assume simultaneamente os estados destino e origem;
  - Ou seja, a origem de um movimento vazio sempre é um caminho alternativo.

Função de Transição

- A função de transição (δ) pode ser representada através de um grafo ou através de uma tabela:

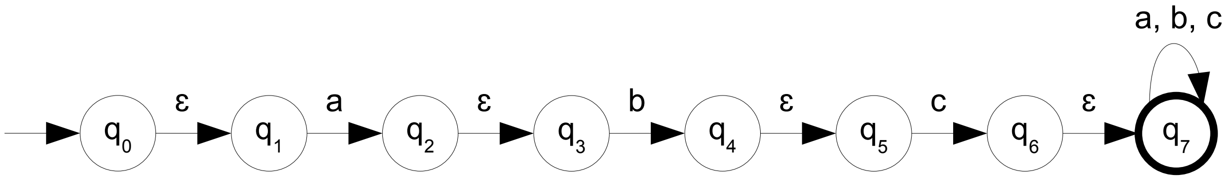
$M = (\{a, b\}, \{1, 2\}, \delta, 1, \{2\})$



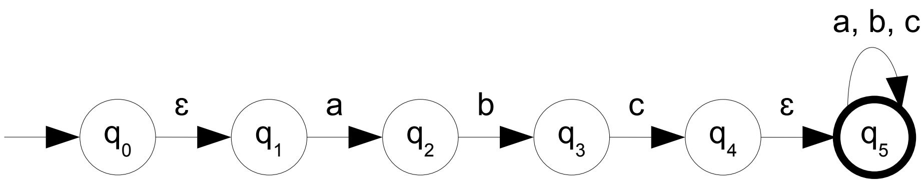
δ	a	b	ε
1	{1}		{2}
2		{2}	

Exemplo – prefixo *abc*

$$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \delta, q_0, \{q_7\})$$

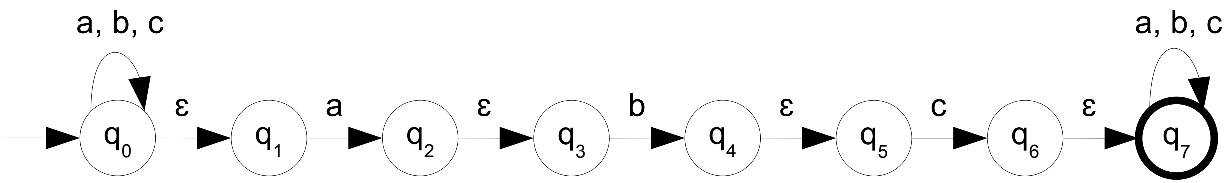


$$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \delta, q_0, \{q_5\})$$

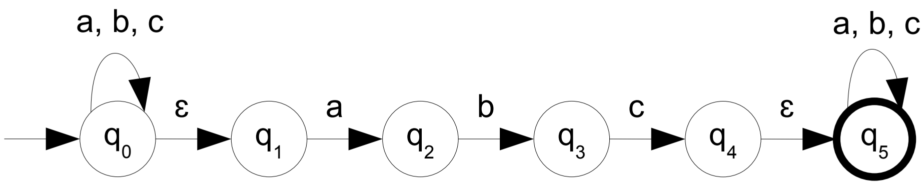


Exemplo – subpalavra *abc*

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \delta, q_0, \{q_7\})$

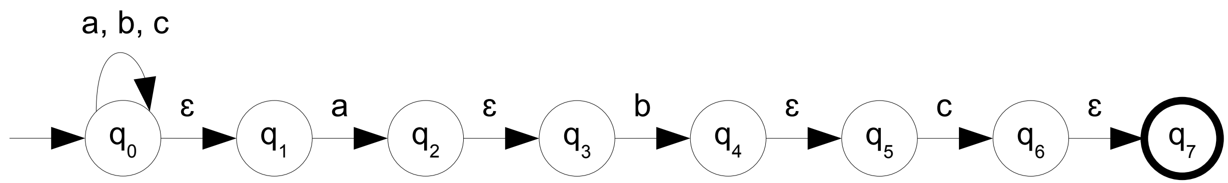


$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \delta, q_0, \{q_5\})$

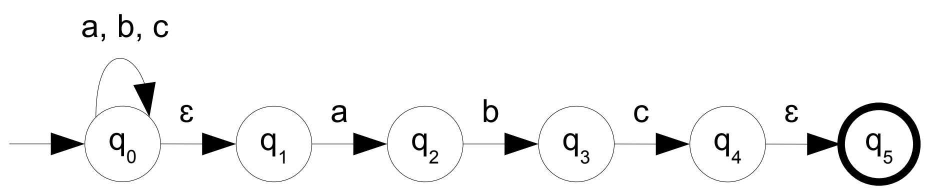


Exemplo – sufixo *abc*

$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}, \delta, q_0, \{q_7\})$



$M = (\{a, b, c\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \delta, q_0, \{q_5\})$

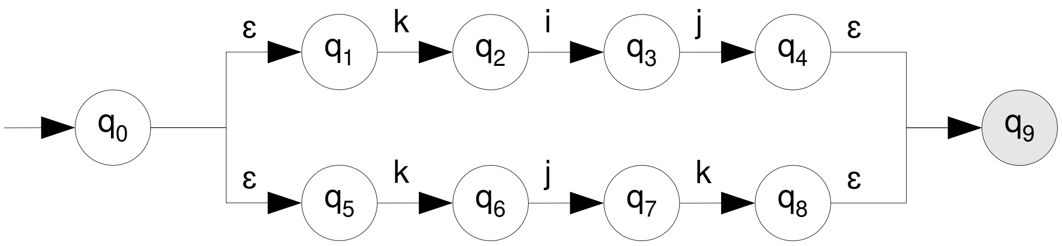


Resolução do Exercício

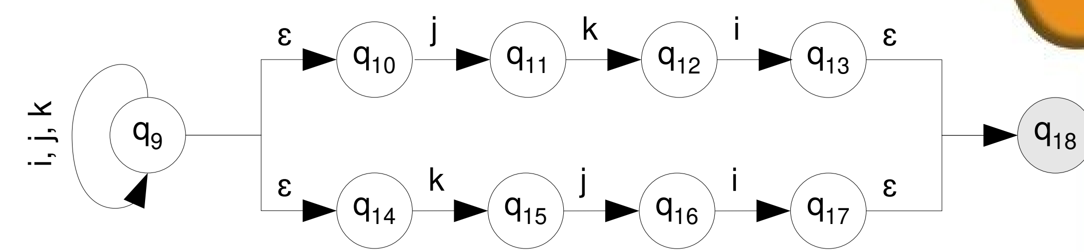
Desenvolva um autômato finito com movimentos vazios sobre o alfabeto Σ = {i, j, k}, que reconheça a linguagem L = {w | w possui *kij* ou *kjk* como prefixo, *jki* ou *kji* como subpalavra e *iij* ou *jij* como sufixo}.

Construção da Estrutura

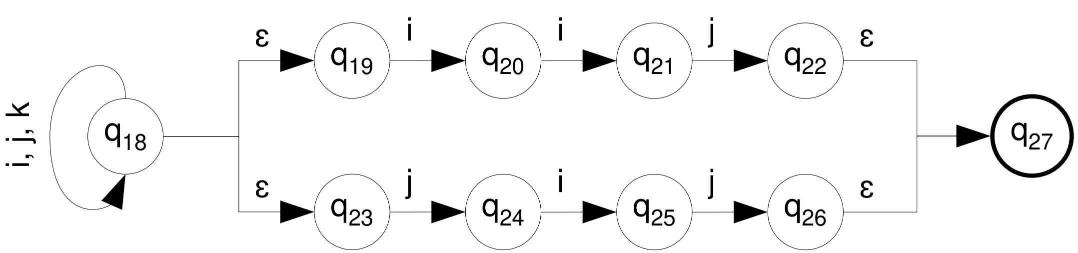
Prefixo *kij* ou *kjk*



Subpalavra *jki* ou *kji*

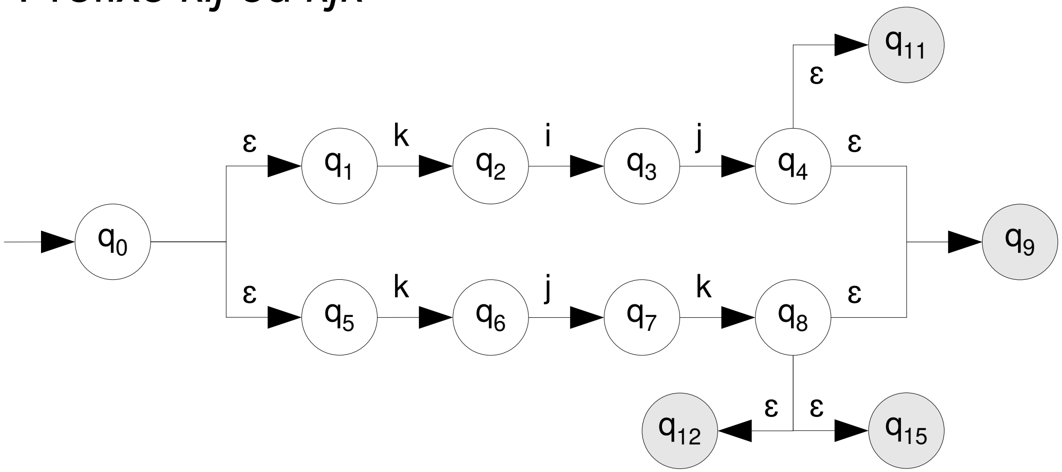


Sufixo *iij* ou *jij*

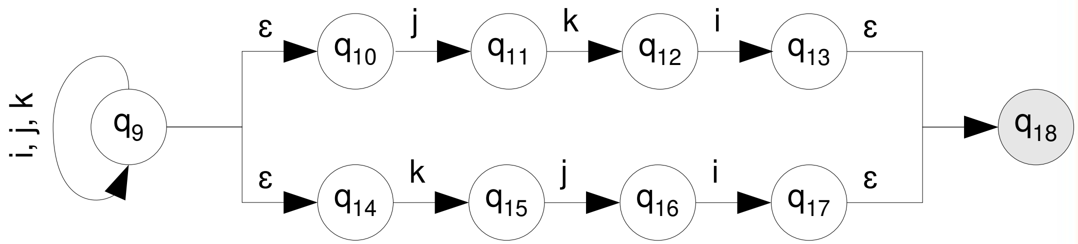


Sobreposições - prefixo/subpalavra

Prefixo *kij* ou *kjk*

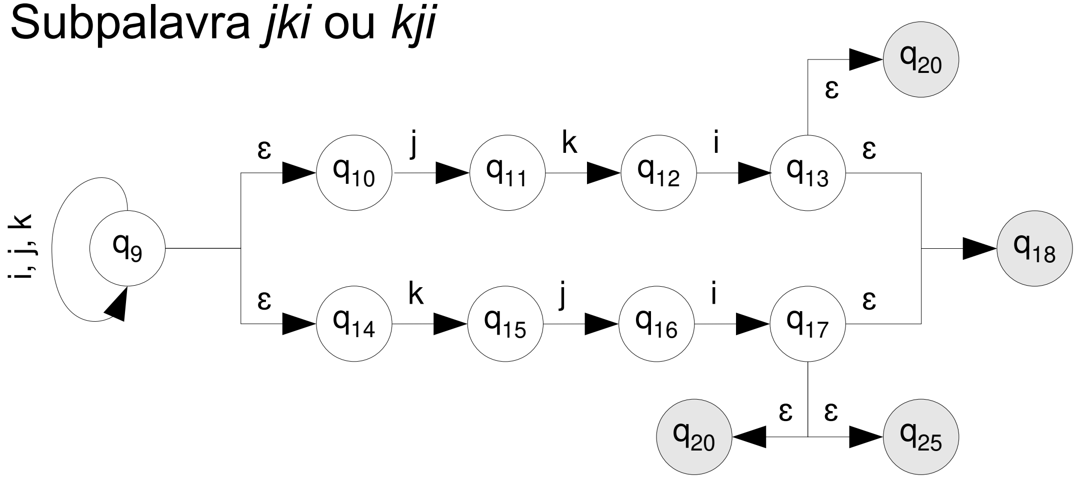


Subpalavra *jki* ou *kji*

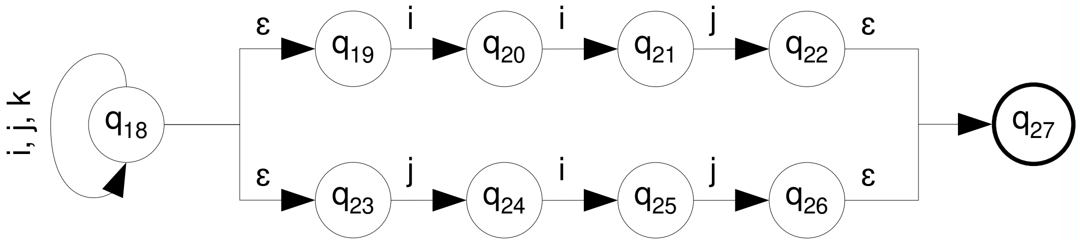


Sobreposições - subpalavra/sufixo

Subpalavra *jki* ou *kji*



Sufixo *iij* ou *jij*



Resposta

$M = (\{i, j, k\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}, q_{16}, q_{17}, q_{18}, q_{19}, q_{20}, q_{21}, q_{22}, q_{23}, q_{24}, q_{25}, q_{26}, q_{27}\}, \delta, q_0, \{q_{27}\})$